Fraktale hiperzespolone po godzinach, czyli jak odpoczywa inżynier

Kwaterniony, oktoniony czy sedeniony to liczby hiperzespolone, czyli "rozszerzenia liczb zespolonych na przestrzenie wielowymiarowe". Zajmowanie się zbiorami fraktalnymi na ich podstawie może stanowić dla niektórych badaczy odskocznię od codziennej pracy w laboratorium. O historii poszukiwania fraktali hiperzespolonych opowiada Nauce w Polsce prof. Andrzej Katunin.

Fraktale to twory matematyczne, które są przedstawiane w graficznej postaci jako bardzo złożone obiekty o określonych cechach. Jedną z nich jest samopodobieństwo, które oznacza, że fraktal oglądany w skali mikro- i makro wygląda tak samo. Klasyka tych zbiorów obejmuje m.in. krzywą von Kocha, Peano, Hilberta czy Gospera, trójkąty (i dywan) Sierpińskiego, gąbkę Mengera, zbiory Julii, Fatou i Mandelbrota.

Niedawna praca prof. Katunina z Politechniki Śląskiej w Gliwicach dotyczy fraktali hiperzespolonych. "Pojęcie 'fraktale hiperzespolone' odnosi się do pewnej klasy obiektów, które konstruuje się w przestrzeniach wielowymiarowych. Przedrostek 'hiper' oznacza, że tych wymiarów jest wiele: cztery albo więcej" - mówi w rozmowie z serwisem Nauka w Polsce prof. Katunin, popularyzator nauki i entuzjasta matematyki, autor książki "Fraktale. Matematyczne potwory, które odmieniły postrzeganie świata".

Takie fraktale można uzyskać z tzw. wzorów rekurencyjnych, co w uproszczeniu oznacza wielokrotne powtórzenie jednej prostej, matematycznej czynności.

"W takim wypadku mamy do czynienia ze **zbiorem Mandelbrota**" - mówi naukowiec z PŚ. Benoit Mandelbrot był urodzonym w Warszawie francuskim matematykiem, który zrewolucjonizował naukę o fraktalach. Pracował w Centre National de la Recherche Scientifique w Paryżu, a następnie na Uniwersytecie w Lille. Od 1957 pracował w USA dla firmy IBM, gdzie miał dostęp do nowoczesnych komputerów. Dotarł on do prac dwóch francuskich matematyków, Gastona Julii i Pierre'a Fatou, którzy nad takimi obiektami geometrycznymi pracowali kilkadziesiąt lat wcześniej. Podsumował ich prace, i - wykorzystując komputery - wygenerował obrazy, które nazwano fraktalami. "Prace Julii i Fatou zostały zapomniane, potraktowane jako matematyczna ciekawostka, natomiast Mandelbrot wrócił do tego i uogólnił to wszystko w ramach swojego zbioru" - przypomniał prof. Katunin.

"Mandelbrot wytyczył też kierunki konkretnych zastosowań dla fraktali" - uzupełnił naukowiec. Jak dodał, dziś fraktale wykorzystywane są praktycznie w każdej dziedzinie nauki - ekonomii, chemii, mechanice, fizyce, astronomii, itd. Natomiast fraktalne wzorce i metody wykorzystywane są w psychologii, lingwistyce, muzykologii i innych dziedzinach. W praktyce fraktale pomagają m.in. wykonywać prognozy i uzyskiwać specyficzne właściwości materiałów. Analiza fraktalna wahań rynkowych, stosowana w ekonomii i finansach, uważana jest obecnie za klasyczne narzędzie, pozwalając z dużym prawdopodobieństwem przewidywać krach na rynkach finansowych czy zmienność kursów walut. Zaś w biologii i medycynie fraktale pomagają zrozumieć budowę i działanie wielu układów i struktur, np. układu nerwowego, płuc czy tkanki kostnej. Dzięki cechom fraktali, uzyskują one dodatkowe cechy, np. sztywność i lekkość jednocześnie.

Fraktale hiperzespolone, których dotyczyła wspomniana, najnowsza praca prof. Katunina, stanowią dalsze uogólnienia podstawowych zbiorów Julia i Mandelbrota.

"Zbiór Mandelbrota jest zdefiniowany poprzez liczby zespolone. Liczba zespolona jest dwuwymiarowa - ma część rzeczywistą i urojoną, to wiedza z zakresu szkoły średniej. Uogólniając dalej te zbiory, można uzyskać bardzo ciekawe kształty i właściwości" - mówi.

Jako przykład kolejnego uogólnienia liczb zespolonych prof. Katunin wymienia **kwaterniony - liczby hiperzespolone czterowymiarowe**. Ich odkrywcą był żyjący w XIX wieku irlandzki matematyk William Hamilton.

"Hamilton poszukiwał tak zwanych trójek zespolonych; z dwuwymiarowych liczb zespolonych próbował przejść na trójwymiarowe. Było to mu potrzebne do konkretnych zastosowań fizycznych, do opisu pewnych zagadnień mechaniki. Pracował nad tym tak długo, że powstał pewien rytuał. Każdego dnia, kiedy schodził na śniadanie i spotykał się z rodziną - dzieci zadawały mu pytanie: 'Tato, czy już potrafisz mnożyć trójki zespolone?' On odpowiadał: 'Niestety nie. Na razie tylko dodawać'. To trwało wiele lat" - opowiedział prof. Katunin. - "Nie udało mu się opracować trójek zespolonych. Opracował jednak kwaterniony, które obecnie mają szerokie zastosowanie, począwszy od mechaniki czy dynamiki w robotyce - kończąc na zagadnieniach takich, jak matematyczny opis poruszania się ciał niebieskich, sterowania statkami kosmicznymi, itd. Kwaterniony mają realne, fizyczne zastosowanie. Tak samo algorytmy wizualizacji w grach komputerowych, w wirtualnej rzeczywistości - również bazują na kwaternionach".

"W ramach kwaternionów można też zdefiniować zbiory fraktalne, czyli de facto uogólnić zbiór podstawowy Mandelbrota na cztery wymiary. Zostało to zrobione na przełomie lat 80. i 90. XX wieku - wówczas opisano pierwsze struktury z tego zakresu, choć prace nad nimi trwają do dziś" - przypomniał profesor. I dodał, że w przypadku tych wielowymiarowych algebr przestają działać podstawowe operacje matematyczne. "Im wyższa jest wymiarowość danej algebry - tym gorzej jest z tymi operacjami. Dla nas jest oczywiste, ze mnożąc dwie liczby niezerowe uzyskamy w wyniku również liczbę niezerową. W przypadku liczb hiperzespolonych niekoniecznie tak musi być. Mnożąc niezerową liczbę hiperzespoloną przez niezerową liczbę hiperzespoloną możemy uzyskać w wyniku zero. Im wyżej idziemy - tym bardziej te właściwości są dziwne" - opisał.

Prof. Katunin, który zawodowo zajmuje się m.in. zagadnieniami zmęczenia i pękania materiałów kompozytowych, badaniami nieniszczącymi materiałów i metodami identyfikacji uszkodzeń, fraktalami hiperzespolonymi interesuje się od strony matematycznej. "Podchodzę do tego jak do odskoczni, bo zagadnienia, nad którymi pracuję na co dzień, są bardzo inżynierskie, namacalne. Nauka, którą rozwijam w laboratorium, polega w dużej mierze na obserwacji zjawisk i ich potwierdzaniu. Teoria jest tam mocno powiązana z obserwowanymi zjawiskami. W przypadku fraktali hiperzespolonych trudno o konkretne zastosowania fizyczne. One co prawda istnieją, ale są niezwykle skomplikowane od strony teoretycznej. Niektórym naukowcom, także mi, samo operowanie na liczbach hiperzespolonych - konstruowanie i badanie fraktali hiperzespolonych - przynosi frajdę".

Wspomniane, choć wciąż niezbyt liczne zastosowania liczb hiperzespolonych, dotyczą opisu pola elektromagnetycznego, zagadnień mechaniki kwantowej, analizy genomowej DNA - dodał. "Tam wszędzie wykorzystuje się kwaterniony czy oktoniony (kolejne uogólnienie, którym zajmuje się algebra ośmiowymiarowa hiperzespolona). Wykorzystuje się je również w fizyce cząstek elementarnych i jako wsparcie dla tzw. fraktalnej teorii wszechświata - pewnej równoległej teorii, którą rozwija się w kontrze do obecnie przyjętych teorii Wszechświata - teorii wielkiego wybuchu i teorii inflacji - by wyjaśnić sposób jego powstania i funkcjonowania".

Źródło: pap.pl
https://laboratoria.net/edukacja/31852.html
 PCI Days 2026 Studenci opracowali system zapobiegający zaśnięciu za kierownicą Wielofunkcyjne nanocząstki do produkcji wodoru Jak wybrać bezpieczną wodę podziemną do picia Technologia spersonalizowanego wzbogacania mleka dla wcześniaków Rozwiązania Watson-Marlow wspierają proces produkcyjny Torbay Pharma PCI Days 2026 Studenci opracowali system zapobiegający zaśnięciu za kierownicą Wielofunkcyjne nanocząstki do produkcji wodoru Jak wybrać bezpieczną wodę podziemną do picia Technologia spersonalizowanego wzbogacania mleka dla wcześniaków Rozwiązania Watson-Marlow wspierają proces produkcyjny Torbay Pharma

Partnerzy